

КПК Методы оптимизации

Проверка ДЗ

План вебинара

- Общая информация о курсе, организация и проведение занятий
- Содержание курса
- Учебные материалы по курсу
- Организация семинарских занятий
- Контроль знаний
- Вопросы и ответы

Общая информация о курсе



О курсе

- Курс «Методы оптимизации» читается в 3-4 модулях на Факультете компьютерных наук в Высшей школе экономики.
- Курс является обязательным для студентов 3 курса бакалавриата ФКН ВШЭ.
- Общая численность слушателей ~ 130 человек

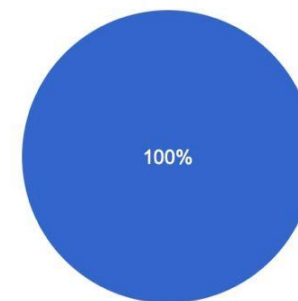
Место курса «Методы оптимизации» в учебном процессе

- Курс должен следовать за основными курсами по математическому анализу, линейной алгебре
- Желательны базовые навыки разработки программ на Python
- Продолжительность 1-2 семестра в зависимости от того, есть ли альтернативные курсы («дискретная оптимизация», «оптимизация в машинном обучении» и т.п.)

Формы проведения занятий и оценивания знаний студентов

- Лекции – примерно 36 часов (1 пара в неделю)
- Семинары – примерно 36 часов (1 пара в неделю)
- 2 контрольные работы
- 3 домашних задания

80 ответов



- Да, выставите мне накопленную оценку как итог. На экзамен я могу не приходить
- Нет, я приду на экзамен, чтобы улучшить свою оценку

Оценка:

$$0.5 \cdot \text{накопленная} + 0.5 \cdot \text{экзамен}$$
$$\text{накопленная} = (3 \text{ ДЗ} + 2 \text{ КР}) / 5$$

если накопленная ≥ 8 и КР1 ≥ 6 , КР2 ≥ 6 , то ставили «автоматом» оценку, равную накопленной

Особенности реализации курса в условиях COVID'19

- Лекции проводились удаленно через платформу Zoom, записи выкладывались в интернет (платформа youtube)
- Для лекций и семинаров использовалась комбинация презентаций через слайды и рукописного ввода с использованием графического планшета и платформы гугл Jamboard (PDF-файлы предоставлялись учащимся для подготовки к экзамену)
- Для объяснения численных методов использовался Python-notebook
- Для организации контрольных работ применялись гугл-формы
- Для приема ДЗ использовался инструментарий Яндекс-контекст

Упр 2.2 Пусть $f(x)$ — дважды диф. ф-я, $D^2f(x)$ — удовл. условию Липшица с конст L , $f(x)$ — строго выпуклая ф-я с конст ℓ . Пусть \bar{x}^0 — нач. приближение и

$$q = \frac{L}{2\ell^2} \|\nabla f(\bar{x}^0)\| < 1.$$

Тогда метод Ньютона сходится к точке безусловной минимума $f(\bar{x})$ с квадратичной скоростью:

$$\|\bar{x}^k - \bar{x}^*\| \leq \frac{2\ell}{L} \cdot q^{2^k}$$

Содержание курса



Описание предмета курса

Курс "Методы оптимизации" посвящен современной теории, методам и инструментам оптимизации. Оптимизация применяется очень широко в современных исследованиях и при решении различных задач на практике.

Цель освоения дисциплины

1. Формирование представление о базовых моделях оптимизации, основных подходах к решению задачи и их классификации по различным параметрам.
2. Освоение основных теоретических положений и численных методов современной непрерывной оптимизации.
3. Освоение основных теоретических положений и численных методов современной дискретной оптимизации.
4. Развитие навыков практической реализации и применения методов оптимизации.

Общая постановка:

$$f(x) \rightarrow \min, x \in X,$$

$$f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m, X \subseteq \mathbb{R}^n.$$

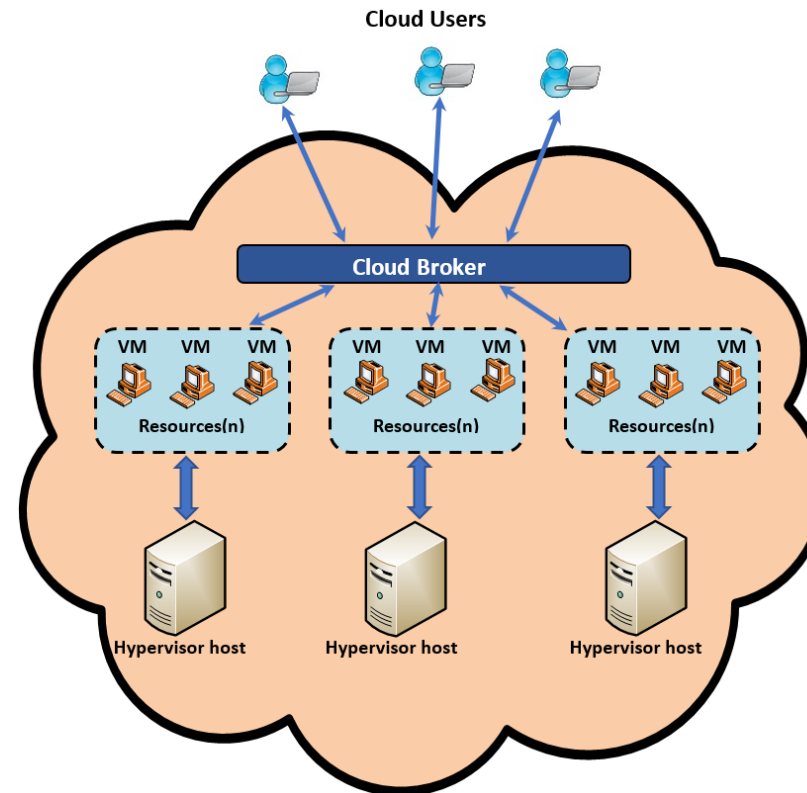
Актуальность курса «Методы оптимизации»

- Оптимизация является одним из основных инструментов для моделирования процессов в экономике, обществе, физике и др. областях
- Оптимизация применяется при решении задач:
 - машинного обучения;
 - вычислительной биологии;
 - науках о материалах;
 - оптимальном проектировании;
 - логистике;
 -

Планирование ресурсов в облаке IaaS

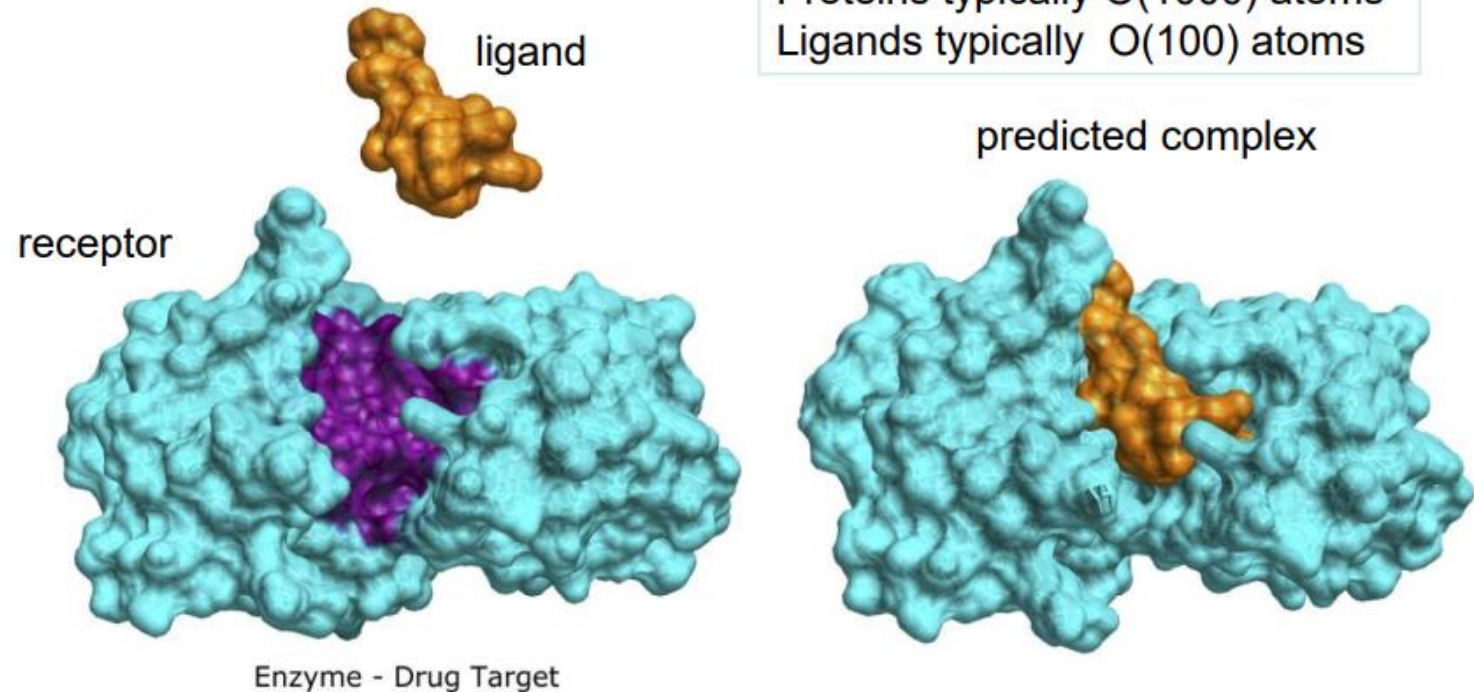
Требуется оптимальным образом распределить виртуальные машины (диски, задания) по физическим ресурсам («хостам»).

Задача оптимального планирования ресурсов с математической точки зрения является задачей оптимальной упаковки контейнеров.



Задачи молекулярного докинга

Требуется минимизировать функцию взаимодействия двух белковых структур с целью определения наиболее устойчивой конформации белкового комплекса.



Содержание учебной дисциплины

1. Общие сведения о задачах оптимизации

Постановка задачи оптимизации, классификация задач оптимизации. Локальный и глобальный оптимум. Условный экстремум. Теорема Куна-Таккера, необходимые и достаточные условия оптимальности. Двойственность и ее применение в оптимизации.

2. Методы безусловной непрерывной оптимизации

Методы поиска минимума функции одной переменной. Методы, не использующие производных (“нулевого порядка”). Методы градиентного спуска и сопряженных градиентов. Метод Ньютона. Квазиньютоновские методы (LBFSGS).

3. Методы условной непрерывной оптимизации

Методы штрафных функций. Барьерные методы. Метод проекции градиента.

4. Методы поиска глобального экстремума

Точные методы, основанные на интервальном анализе. Липшицева оптимизация. Генетические алгоритмы. Популяционные алгоритмы. Поиск с запретами.

Содержание учебной дисциплины

5. Комбинаторная оптимизация

Задача о ранце. Жадные алгоритмы. Метод ветвей и границ для задачи о ранце. Методы динамического программирования для задачи о ранце. Задача об упаковке контейнеров: приближенные и точные методы решения. Приложение: управление ресурсами в распределенных системах.

6. Линейное программирование

Постановка задачи линейного программирования, различные формы задания. Прямая и двойственная задача ЛП. Прямой симплекс-метод. Двойственный симплекс-метод. Приложение: транспортная задача. Общая задача целочисленного линейного программирования. Метод ветвей и границ для ЦЛП. Метод отсечений Гомори.

7. Многокритериальная оптимизация

Понятие оптимальности по Парето и Слейтеру. Свертка критериев. Основные алгоритмы аппроксимации множества эффективных решений. Приложение: инженерная оптимизация на примере оптимизации робота.

Особенности реализации дисциплины

- Необходимо соблюсти баланс между теорией и методами оптимизации
- Желательно давать слушателям не только модельные, но и содержательные задачи оптимизации. Например в части, посвященной дискретной оптимизации можно сформулировать задачу оптимального выбора инвестиционного портфеля. В части, посвященной непрерывной оптимизации привести задачи математического программирования, возникающие в машинном обучении (page-rank), минимизации потенциала взаимодействия молекул.

Материалы по курсу



Основные учебные материалы



Б.Т. Поляк. Введение в оптимизацию

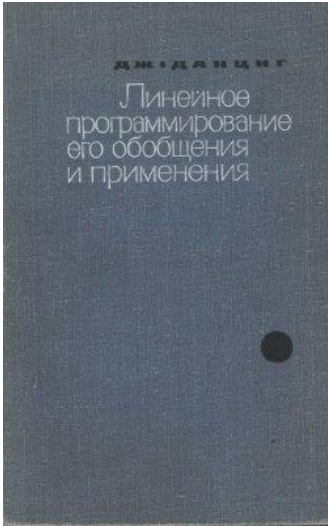
Хороший учебник, в основном посвященный задачам непрерывной оптимизации. Подробно рассмотрены методы градиентного спуска, сопряженных градиентов, методы Ньютоновского типа.

А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. Методы оптимизации в примерах и задачах

Хороший, практически-ориентированный учебник, упор делается именно на алгоритмическую сторону. Рассмотрен широкий класс задач, включая задачи непрерывной оптимизации, линейного программирования, дискретные задачи.



Линейное и математическое программирование

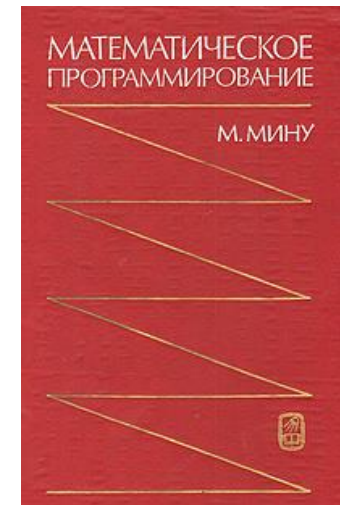


Данциг Д. Линейное программирование, его обобщения и применения

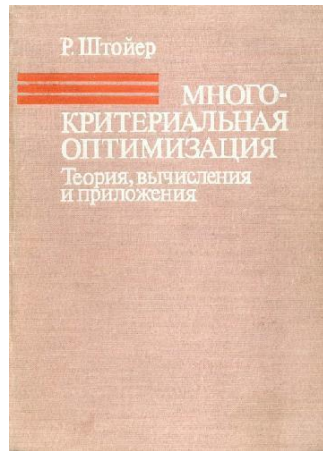
Канонический учебник, подробно рассматривающий основы линейного программирования, базовые методы решения задач линейного программирования. Особое внимание уделено симплекс-методу и его вариантам.

Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы

Рассматривается теория и методы решения задач математического программирования. Изучаются базовые понятия оптимизации, условия экстремума, теория двойственности. Приводятся основные методы решения задач оптимизации.



Многокритериальная оптимизация

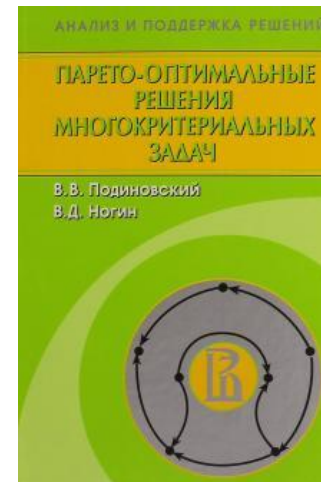


Штойер Р. Многокритериальная оптимизация

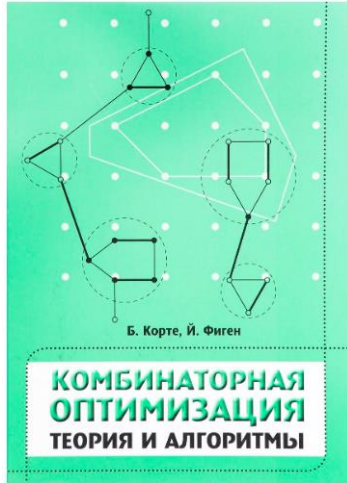
Очень подробная книга, включающая в себя как базовые понятия многокритериальной оптимизации, так и много численных методов решения задач МКО.

В.В. Подиновский, В.Д. Ногин: Парето-оптимальные решения многокритериальных задач

Книга содержит в основном теоретические основы многокритериальной оптимизации, фокусируясь на базовых понятиях. Меньшее внимание уделено методам и их практическому применению.



Дискретная оптимизация



Б. КORTE Й. Фиген Комбинаторная оптимизация: теория и алгоритмы

Всеобъемлющая монография по дискретной оптимизации, охватывающая широкий спектр задач: задача о ранце, задача коммивояжёра, задача об упаковке в контейнеры, общая задача ЦЛП, сетевые и графовые задачи. Очень большая и перегружена материалом.

Сигал И. Х., Иванова А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы.

Краткое и, в то же время, понятное изложение основных алгоритмов решения задач о ранце, о назначениях, задачи коммивояжера. Содержит также описания базовых концепций дискретной оптимизации.



Глобальная оптимизация



С.П. Шарый. Конечномерный интервальный анализ

Серьезный учебник, который включает в себя основные подходы к интервальному анализу и их применения. Оптимизация затрагивается, но не является основной темой.

А.П. Карпенко. Современные алгоритмы поисковой оптимизации: алгоритмы, вдохновленные природой

Книга посвящена методам преимущественно эвристическим методам решения задач оптимизации. Изучаются популярные в настоящее время генетические и другие варианты популяционных алгоритмов.



Примеры заданий на семинарах



1. Безусловная оптимизация: аналитические методы (1)

- Задача:

- Найдите аналитически точки минимума и максимума функции $f(x) = x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$ в области $\Omega = \{x_1, x_2: x_2 \geq 0\}$.

- Решение:

- Согласно необходимому условию экстремума I порядка, градиент функции должен быть равен нулю. Найдём частные производные по переменным x_1, x_2 и приравняем их к нулю:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \\ 6x_2 - x_1 = 0 \end{cases}$$

- Подставив $x_1 = 6x_2$ (из второго ур-я системы) в первое, получим:

$$\begin{cases} 11x_2 = 0 \\ x_1 = 6x_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = 0 \end{cases}. \text{Получили точку } (0, 0) \in \Omega.$$

1. Безусловная оптимизация: аналитические методы (2)

- Проведем исследование точки $(0,0)$. Воспользуемся необходимым условием II порядка. Составим матрицу вторых частных производных функции f :

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix};$$

- Определитель данной матрицы равен $2 \cdot 6 - (-1) \cdot (-1) = 11 > 0$. Согласно достаточному условию II порядка получаем, что $(0,0)$ - точка локального минимума функции f .
- Проведем дополнительное исследование. Функцию f можно записать в виде:
 $f(x) = \left(x_1 - \frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}x_2^2$. Обратим внимание, что оба слагаемых не могут быть отрицательными при любых значениях x_1, x_2 . При этом $f(0,0) = 0$, что означает, что $(0,0)$ - точка глобального минимума f на Ω .
- Ответ: $(0,0)$ - глобальный минимум f на области Ω .

2. Одномерные методы поиска (1)

- Задача:

- Используя метод Золотого Сечения, найдите значения минимума функции на отрезке $[0,2]$ с точностью 0.1:

$$f(x) = x^4 - 14x^3 + 60x^2 - 70x$$

- Решение:

- Сначала оценим число итераций, которое необходимо выполнить методу Золотого Сечения для сходимости:

$$N = \left\lceil \log_{\left(1 - \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)} \frac{0.3}{2 - 0} \right\rceil = 7$$

- Зафиксируем начальный отрезок – $[0,2]$. На итерации i будем вычислять только одну границу нового интервала (a_i или b_i).

2. Одномерные методы поиска (2)

```
f_a = f(bounds[0])
f_b = f(bounds[1])
next_recompute_a = f_a > f_b
for k in range(N):
    print(f"Iter {k+1}")
    if next_recompute_a:
        a = bounds[0] + p * (bounds[1] - bounds[0])
        f_a = f(a)
        bounds[0] = a
    else:
        b = bounds[0] + (1 - p) * (bounds[1] - bounds[0])
        f_b = f(b)
        bounds[1] = b
    next_recompute_a = f_a > f_b
    print(f"\tResult bnds: [{round(bounds[0],5)}, {round(bounds[1],5)}] (|| = {round(bounds[1] - bounds[0], 5)})")
```

```
Iter 1
Result bnds: [0, 1.23607] (|| = 1.23607)
Iter 2
Result bnds: [0.47214, 1.23607] (|| = 0.76393)
Iter 3
Result bnds: [0.47214, 0.94427] (|| = 0.47214)
Iter 4
Result bnds: [0.65248, 0.94427] (|| = 0.2918)
Iter 5
Result bnds: [0.65248, 0.83282] (|| = 0.18034)
Iter 6
Result bnds: [0.72136, 0.83282] (|| = 0.11146)
Iter 7
Result bnds: [0.76393, 0.83282] (|| = 0.06888)
```

- Ответ: минимальное значение f находится на отрезке $[0.76393, 0.83282]$.

3. Многокритериальная оптимизация (1)

- Задача:

- Рассмотрим трехкритериальную задачу максимизации. Выберите точки, оптимальные по Парето при максимизации всех критериев:

(1,1,4)

(1,1,6)

(2,1,8)

(1,3,6)

(-1,1,5)

- Решение:

- Множество решений, оптимальных по Парето – множество таких точек, которые не являются доминируемыми какой-либо другой точкой из множества.

3. Многокритериальная оптимизация (2)

- Последовательно исключим доминируемые точки:
 - $(1,1,4) < (1,1,6)$. Исключим $(1,1,4)$.
 - $(1,1,6) < (2,1,8)$. Исключим $(1,1,6)$.
 - $(-1,1,5) < (2,1,8)$. Исключим $(-1,1,5)$.
- Обратим внимание, что оставшиеся две точки несравнимы, так как одна точка доминирует другую по x_1 , а другая первую – по x_2 .

~~$(1,1,4)$~~
 ~~$(1,1,6)$~~
 $(2,1,8)$
 $(1,3,6)$
 ~~$(-1,1,5)$~~

- Ответ: Парето-множество точек: $(2, 1, 8)$, $(1, 3, 6)$.

Организация проверки домашних заданий

Проверка ДЗ

- В ходе выполнения ДЗ студенты программируют методы оптимизации, о которых было рассказано на лекциях и семинарах.
- Проверка выполненных заданий осуществляется с помощью системы Яндекс.Контест.
 - Для каждого домашнего задания нами создаются тесты для каждой задачи, и система проверяет решение каждого студента по этим тестам в автоматическом режиме.
 - Из системы мы можем получить как агрегированную информацию (сколько заданий выполнил студент), так и детализированную (например, какой тест не прошло решение студента).
 - При этом у студента нет возможности самостоятельно узнать тест, на котором его решение выдало неверный ответ.

Домашнее задание

- Студентам предлагается реализовать пройденные на лекциях и семинарах методы в системе [Яндекс.Контест](#).

Положение участников | Задачи | Посылки | Сообщения | Участники

A. Метод Фибоначчи

A. Метод Фибоначчи
B. Метод координатного спуска
C. Метод сопряжённых градиентов
D. BFGS

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	64.0 МБ
Ввод	стандартный ввод или input.txt
Выход	стандартный вывод или output.txt

В задаче необходимо реализовать Метод Фибоначчи (найти минимум) для двух функций:
 $f_1(x) = a_1x^2 + a_2x + a_3$
 $f_2(x) = a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$
Шаблон: <https://gist.github.com/levkolonov@baa41ae9569f012e8cbee7465802e70>

Формат ввода
1- тип функции
a1...a5 - коэффициенты
x1 x2 tol - границы первоначального интервала и его максимальная длина

Формат вывода
Значение функции в середине интервала

Пример 1

Ввод	Выход
0	-183.9988831541171
-2 2 -4	
-9 9 0.0004	

Пример 2

Ввод	Выход
------	-------

Пример задачи

✓ Ваше решение успешно отправлено

Язык: python3.6+numpy+pandas

Набрать здесь | Отправить файл

```
1 def f0(x,coef):
2     return coef[0]*x**2 + coef[1]*x + coef[2]
3
4 def f1(x,coef):
5     return coef[0]*x**4 + coef[1]*x**3 + coef[2]*x**2 + coef[3]*x + coef[4]
6
7 # def fib(n):
8 #     if n in [0,1]:
9 #         return 1
10 #     return fib(n - 1) + fib(n - 2)
11
12 def fib_search(f, bounds, tol, coef, max_eps = 0.01):
13     n = 0; fib = [1, 1]
14     while fib[n] < (bounds[1] - bounds[0]) / tol:
15         n += 1
16         fib.append(fib[-1] + fib[-2])
17     for i in range(12):
18         n += 1
19         fib.append(fib[-1] + fib[-2])
20     # print(n)
21     n = 1 if n == 0 else n
22     a_k = bounds[0]; b_k = bounds[1]
23     for k in range(n):
24         x = a_k + (b_k - a_k) * fib[n - k - 1] / fib[n - k + 1]
25         y = a_k + (b_k - a_k) * fib[n - k] / fib[n - k + 1]
26         if f(x, coef) > f(y, coef):
27             a_k = x
28         else:
29             b_k = y
30     return f((a_k + (b_k - a_k) / 2), coef)
31
32 type = int(input())
33 f = f0 if (type == 0) else f1
34 coef = [i for i in map(float,input()).split()]
35 bounds = [0, 0]
36 bounds[0], bounds[1], tol = map(float, input().split())
37 r1 = fib_search(f, bounds, tol, coef)
38 print("{:.10f}".format(r1))
```

Отправить | 99 осталось попыток

Следующая

Время посылки	ID	Задача	Компилятор	Вердикт	Тип посылки	Время	Память	Тест	Баллы
18 окт 2021, 21:42:19	54978142	A	python3.6+numpy+pandas	OK	-	57ms	4.12Mb	-	-

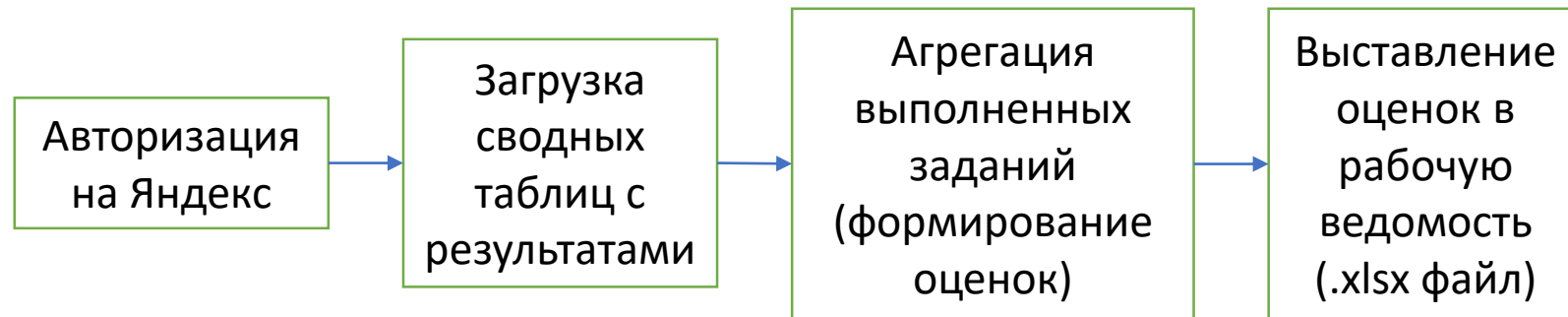
Сдача решения

Проверка ДЗ: Пример таблицы с результатами

№	Участник	A	B	C	D	Очки
89	Иванов Иван	127/424	119/333	114/432	98/523	4
90	Иванов Иван	+6 13д. 3ч.	+ 13д. 3ч.	+18 13д.	+16 13д. 2ч.	4
91	Иванов Иван	+ 13д. 6ч.	+1 13д. 8ч.	+1 13д. 8ч.	+1 13д. 10ч.	4
92	Иванов Иван	+1 13д. 5ч.	+ 13д. 11ч.	+9 13д. 11ч.	+2 13д. 11ч.	4
93	Иванов Иван	+ 12д. 22ч.	+ 13д. 15ч.	+14 13д. 14ч.	+1 13д. 17ч.	4
94	Иванов Иван	+ 13д. 19ч.	+8 13д. 19ч.	+1 13д. 20ч.	+ 13д. 21ч.	4
95	Иванов Иван	+3 13д. 2ч.	+6 14д. 1ч.	+ 14д. 4ч.	+ 14д. 4ч.	4
96	Иванов Иван	+ 13д. 23ч.	+ 14д.	+ 14д.	+ 14д.	4
97	Иванов Иван	+ 13д. 22ч.	+ 13д. 23ч.	+ 14д. 3ч.	+ 14д. 4ч.	4
98	Иванов Иван	+ 13д. 23ч.	+2 14д. 3ч.	+20 14д. 2ч.	+8 14д. 4ч.	4
99	Иванов Иван	+ 00:26	+1 01:13	+ 01:29	-7 02:14	3
100	Иванов Иван	+2 01:21	+ 02:22	+ 02:51	—	3

Проверка ДЗ: автоматизация оценивания

- Ввиду большого числа студентов в группах (суммарно - ~120 чел.) мы используем собственное ПО для автоматизации обработки результатов из системы Яндекс.Контест. После запуска этого ПО мы получаем обновленную рабочую ведомость (прим. на след. слайде).
- ПО разработано на языке программирования Python, что делает решение кросс-платформенным.



Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид

Общий доступ

Вставить Вставить

Calibri (Осно... 12 A A

Ж К Ч

Перенос текста

Общий

Условное форматирование Форматировать как таблицу Стили ячеек

Вставить Удалить Формат

Сортировка и фильтр

Объединить и поместить в центре

000 0,0 0,00 0,00

Обновление Office Чтобы применить последние обновления для системы безопасности, исправления и улучшения, выберите "Проверить наличие обновлений".

Проверить наличие обновлений

E1 fx ДЗ 1+2 (перев)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	ФИО	ДЗ 1	ДЗ 2	ДЗ 3	ДЗ 1+2 (перев)															
2	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
3	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
4	Александров Игорь Александрович	10	5	10																
5	Александров Игорь Александрович	5	7,5	10																
6	Александров Игорь Александрович		2,5	6,66666667																
7	Александров Игорь Александрович	10	10	6,66666667																
8	Александров Игорь Александрович																			
9	Александров Игорь Александрович	5	2,5																	
10	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
11	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
12	Александров Игорь Александрович	5	10																	
13	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
14	Александров Игорь Александрович		5	10																
15	Александров Игорь Александрович	10	7,5	10																
16	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
17	Александров Игорь Александрович																			
18	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
19	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
20	Александров Игорь Александрович																			
21	Александров Игорь Александрович																			
22	Александров Игорь Александрович	10	10	10																
23																				
24																				
25																				
26																				
27																				
28																				
29																				
30																				
31																				
32																				
33																				
34																				

S8aTE6Vm

БПМИ183 БПМИ184 БПМИ185 БПМИ186 БПМИ187 БПМИ188 -- +

Примеры задач из ДЗ

А. Поиск Фибоначчи

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	64Mb
Ввод	стандартный ввод или input.txt
Вывод	стандартный вывод или output.txt

В данной задаче Вам необходимо реализовать метод Фибоначчи для функций двух типов:

$$f_0(x) = c_0x^2 + c_1x + c_2$$

$$f_1(x) = c_0x^4 + c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4$$

В качестве параметра ξ для последнего шага возьмите значение $\xi = 0.01$. На последнем шаге Вы должны отнять ξ от $p = 0.5$ и сделать последнюю итерацию алгоритма.

Можете воспользоваться шаблоном

(<https://gist.github.com/evkonovalov/8b532b16ed954b95dfc2768130d62175>).

Формат ввода

t - тип функции (0 или 1)

$c_0 \dots c_n$ - коэффициенты целевой функции, где n это 3 или 5, в зависимости от типа

l r k - границы интервала поиска и критерий остановки ($|r - l| \leq k$)

Формат вывода

Середина интервала неопределенности.

Проверяется с точностью 1.0E-2.

Пример 1

Ввод

Вывод

```
1
2 10 17 -25 -24
-2 -1 0.0007
```

```
-1.0003869968
```

Пример 2

Ввод

Вывод

```
0
41 45 -32
-1 0 0.0002
```

```
-0.5487849426
```

Пример 3

Ввод

Вывод

```
0
23 39 -34
-2 -1 0.0004
```

```
-1.0002391772
```



Примеры задач из ДЗ

С. Метод Хука-Дживса

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	64Mb
Ввод	стандартный ввод или input.txt
Вывод	стандартный вывод или output.txt

В данной задаче Вам необходимо реализовать метод Хука — Дживса для функций двух типов:

$$f_0(x) = c_0x_1^4 + c_1x_2^3 + c_2x_2^2 + c_3x_1 + c_4$$

$$f_1(x) = x_1^2 + c_0x_1x_2 + c_1(x_2-3)^2$$

Параметры для запуска: $\Delta = [1,1]$, $\alpha = 2$, $\lambda = 1$. Можете воспользоваться шаблоном (<https://gist.github.com/evkonovalov/404b07ba8f83e99a30936b1eec0bfa22>).

Формат ввода

t - тип функции (0 или 1)

$c_0 \dots c_n$ - коэффициенты целевой функции, где n это 4 или 1, в зависимости от типа

$x_1 x_2$ - координаты начальной точки

k - критерий остановки ($\Delta < k$)

Формат вывода

Две координаты найденной точки, через пробел.

Проверяется точность до первых двух знаков после запятой.

Пример 1

Ввод

```
1
1 1
1 -2
0.0009
```

Вывод

```
-2.0000000000 4.0000000000
```

Пример 2

Ввод

```
1
2 2
-1 0
0.0003
```

Вывод

```
-6.0000000000 6.0000000000
```

Пример 3

Ввод

```
0
2 2 3 -2 1
2 1
0.0005
```

Вывод

```
0.6298828125 0.0000000000
```



Примеры задач из ДЗ

В. Метод сопряжённых градиентов

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	64Mb
Ввод	стандартный ввод или input.txt
Вывод	стандартный вывод или output.txt

В данной задаче Вам необходимо реализовать метод сопряженных градиентов для функций двух типов:

$$f_0(\mathbf{x}) = (x_0 - a)^2 + x_1^2 + x_0/(|x_1| + b)$$

$$f_1(\mathbf{x}) = (x_0 - a)^2 + x_0x_1 + (x_1 - b)^2$$

Максимальная длина шага - 0.5. В тестовом решении, для поиска оптимального длины шага, использовался поиск Фибоначчи. Вы можете использовать другие методы.

Критерии остановки:

длина градиента в точке меньше ϵ_1

количество итераций меньше 10000 (гарантируется)

Две итерации подряд $\|\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k\| < \epsilon_2$ и $\|f(\mathbf{x}^{k+1}) - f(\mathbf{x}^k)\| < \epsilon_2$

Можете воспользоваться шаблоном

(<https://gist.github.com/evkononov/b643fc8a5cbf28c812e408c0bebe0739>)

Формат ввода

t - тип функции (0 или 1)

a b - коэффициенты

ϵ_1 ϵ_2 - критерии остановки

x_0 x_1 - координаты начальной точки

Формат вывода

Значение целевой функции в точке. Проверяется до первого знака после запятой.

Пример 1

Ввод 

Вывод 

```
1
-2 2
0.0005 0.0006
0.8 0.6
```

```
-7.999999981373431
```

Пример 2

Ввод 

Вывод 

```
1
1 2
0.0008 0.0004
0.0 -0.6
```

```
1.0000000617930729
```



Примеры задач из ДЗ

В. Интервальный Анализ

Ограничение времени	1 секунда
Ограничение памяти	64Mb
Ввод	стандартный ввод или input.txt
Вывод	стандартный вывод или output.txt

В данной задаче Вам необходимо найти минимум функции при помощи методов интервального анализа для функций:

$$f(x) = (x_0 - x_1^2)^2 + (a - x_0)^2 + b$$

$$f(x) = a \sin(x_0) + b \cos(x_1)$$

Критерии остановки:

ширина интервала значения целевой функции меньше ϵ_1

количество итераций меньше 1000

Можете воспользоваться шаблоном

(<https://gist.github.com/evkonovalov/fa49c81d2b5ee91aeb9db640ce4c5660>)

Формат ввода

t - тип функции

a b - коэффициенты

ϵ - критерии остановки

x_0 x_1 x_2 x_3 - начало и конец интервалов $[x_0, x_1]$ и $[x_2, x_3]$ - области поиска

Формат вывода

Минимальное значение целевой функции на заданном пространстве.

Пример 1

Ввод

Вывод

1
3 -10
3e-09
-5 97 -20 17

-12.99999999864897

Пример 2

Ввод

Вывод

1
-7 -9
4e-09
-72 99 -71 10

-15.999999999443004

Контрольные мероприятия

Контрольные работы

- В курсе – две контрольные работы
- На контрольную работу давалась одна пара (2 академических часа)
- Ответы собирались через гугл-форму

Экзамен



Организация экзамена

- Экзамен принимался через Гугл-форму, результаты проверки агрегировались автоматически
- На 17 вопросов давалось два (астрономических) часа

Спасибо за внимание! Готов
ответить на вопросы.